

Διαγώνισμα Μαθηματικά Κατεύθυνσης Β' Λυκείου

Ζήτημα 1^ο

1.. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω προτάσεις:

- i) Η εξίσωση $y^2 - x = 0$ παριστάνει
- ii) Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$ τα διανύσματα είναι
- iii) Η απόσταση σημείου $A(x_0, y_0)$ από ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$ δίνεται από την σχέση
- iv) Αν η ευθεία (ϵ) σχηματίζει γωνία $\frac{3\pi}{4}$ με τον $x\chi'$ τότε $\lambda_\epsilon = \dots\dots\dots$
- v) Ο κύκλος $x^2 + (y + 1)^2 = 1$ έχει κέντρο το

2.. Να επιλέξετε τις σωστές προτάσεις:

- i) Τα διανύσματα $\vec{\alpha} = (1, |\vec{\beta}|)$ και $\vec{\beta} = (|\vec{\beta}|, -1)$ είναι κάθετα
- ii) Η εξίσωση $x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$ παριστάνει έλλειψη με εστίες στον $x\chi'$
- iii) Η ευθεία $y = 4$ είναι παράλληλη με το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (0, 4)$
- iv) Ο κύκλος $x^2 + y^2 = 1$ εφάπτεται με την ευθεία $x = 1$
- v) Αν $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = |\vec{\alpha}| \cdot |\vec{\beta}|$ τότε είναι αντίρροπα.

Ζήτημα 2^ο

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με μέτρα 1 και $\vec{\kappa} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$, $\vec{u} = 5\vec{\alpha} - 4\vec{\beta}$ με $\vec{\kappa} \perp \vec{u}$

- i) Να δείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \frac{1}{2}$ και να βρείτε την γωνία των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$,
- ii) Να βρείτε το $|\vec{\kappa}|$,
- iii) Αν για ένα διάνυσμα $\vec{\gamma} = \vec{\kappa} + \mu \cdot \vec{u}$ ισχύει $\vec{\gamma} = 6\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}$ να βρείτε το $\mu \in \mathbb{R}$
- iv) Να βρείτε την προβολή του διανύσματος $\vec{\kappa}$ στο διάνυσμα $\vec{\alpha}$ και το μέτρο της,

Ζήτημα 3^ο

Δίνεται το σημείο $A(-1, 2)$ και O η αρχή των αξόνων. Αν $\vec{OA} = \vec{a}$,

- i) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στο \vec{a} και διέρχεται από το $B(1,2)$
- ii) Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου C με διάμετρο το AB .
- iii) Να βρείτε το μ ώστε η ευθεία $\varepsilon_1 : 3x+4y+\mu = 0$ να είναι εφαπτόμενη του παραπάνω κύκλου C .
- iv) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην $x+y=0$ και τέμνει τον κύκλο C αποκόπτοντας χορδή μήκους $\sqrt{2}$.

Ζήτημα 4^ο

Κύκλος C_1 έχει κέντρο το $O(0,0)$ και εφαπτομένη την ευθεία $x + \sqrt{3}y - 2 = 0$.

Κύκλος C_2 εφάπτεται στον x' στο σημείο $A(3,0)$ και διέρχεται από το σημείο $B(1,2)$.

- i) Να βρείτε την εξίσωση του C_1 ,
- ii) Να βρείτε την εξίσωση του C_2 ,
- iii) Να βρείτε την σχετική θέση των δύο κύκλων και την εξίσωση της διακέντρου των,
- iv) Να βρείτε την μικρότερη και την μεγαλύτερη απόσταση μεταξύ των σημείων του C_1 και του C_2 .
- v) Μία έλλειψη C_3 έχει εστία το A και μεγάλο άξονα μήκους 8,
 - α) να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης,
 - β) αν A' το συμμετρικό του A ως προς τον άξονα $\psi\psi'$, και M, N τα σημεία τομής της έλλειψης με τον κύκλο C_2 να αποδείξετε ότι $MA - NA = NA' - MA' = 8$