

Διαγώνισμα Άλγεβρα Γενικής Παιδείας Β' Λυκείου

Ζήτημα 1^ο

1.. Να συμπληρωθούν οι παρακάτω σχέσεις και προτάσεις:

- i) το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-1$, είναι ο αριθμός $P(\square)$
- ii) Αν το $\chi = \rho$ είναι ρίζα του πολυώνυμου $P(x)$ τότε το $\chi-\rho$ είναι του $P(x)$.
- iii) Το $\eta\mu\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \square$
- iv) Το χ είναι παράγοντας του $P(x)$ αν και μόνο αν $P(\square) = \square$
- v) Το $\eta\mu\left(10^{\log\frac{\pi}{3}}\right) = \square$

2.. Να επιλέξετε τις σωστές προτάσεις:

- i) Ισχύει ότι $\log x^2 = 2 \cdot \log x$
- ii) Η συνάρτηση $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ είναι γνησίως φθίνουσα συνάρτηση
- iii) Ισχύει $\ln x = \frac{\log x}{\log e}$
- iv) Ισχύει $\log(\eta\mu x) - \log(\sigma\upsilon\nu x) = \log(\epsilon\phi x)$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
- v) Αν $\log_{\frac{1}{2}}(x_1) < \log_{\frac{1}{2}}(x_2)$ τότε $x_1 < x_2$

Ζήτημα 2^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + x^2 + x + \alpha$ αν η τιμή του για $x = 2$ είναι 11,

- i) Να δείξετε ότι $\alpha = -3$ και να βρείτε τα $P(-1)$ και δείξετε ότι το $x=1$ είναι ρίζα του $P(x)$
- ii) Να λύσετε την εξίσωση $(P(1)+1)\eta\mu x + \sqrt{7+P(-1)} \cdot \sigma\upsilon\nu x = 0$

iii) Να λυθεί το σύστημα $\Sigma: \begin{cases} x^2 - y^2 = P(-1) + 7 \\ 2x - y = P(1) + 3 \end{cases}$

Ζήτημα 3^ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\alpha - 7\beta)x^3 + \alpha x^2 + \beta x - 6$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Αν το -1 είναι ρίζα του $P(x)$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με το $x-1$ είναι ίσο με α

i) Να Δείξετε ότι $\alpha=12$ και $\beta=1$

ii) Να λυθεί η ανίσωση $P(x) \geq 0$

iii) Αν $A = (\alpha - 2)^{2/\log 2} \log(\kappa^2 \cdot \lambda^3) = 2\alpha + 4$ και $\log \frac{\kappa}{\lambda} = \beta$, όπου α, β αυτά που βρήκατε στο 1^ο ερώτημα να βρείτε τους θετικούς αριθμούς κ, λ .

iv) Να λυθεί η εξίσωση $\frac{P(-1)+1}{\sin^2 x} = (\alpha - 10) \cdot \epsilon^{\phi x}$

v) Δίνεται το σύστημα $\Sigma: \begin{cases} \mu^2 x + \mu y = \alpha - 11 \\ x + \beta y = \mu^2 \end{cases}$ όπου α, β αυτά που βρήκατε στο 1^ο ερώτημα, να βρείτε για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ το σύστημα έχει λύση.

Ζήτημα 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x - \alpha) - \beta x$, $0 < \alpha < 6$. Αν $f(\alpha + 1) = 0$ και

$$f(3) + f(4) = \ln 18 - \ln 3$$

i) Να δείξετε ότι $\beta=0$ και $\alpha=1$,

ii) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της $g(x) = \ln(f(x))$

iii) Για ποιες τιμές του x η g είναι κάτω από τον $\chi\chi'$,

iv) Να λυθεί η ανίσωση $e^{2f(x)} + e^{f(x)} > x^2 \cdot e^{f(x+2)} - 10$