

Δίνεται η συνάρτηση $g(x) = x^\alpha$, $x > 0$.

i) Αν η συνάρτηση g στρέφει τα κοίλα κάτω και $\alpha \neq 0, \alpha \neq 1$, να δείξετε ότι η g είναι γνησίως αύξουσα.

ii) Να βρεθεί το όριο $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} \frac{g(3) + g(4)}{g(3) - g(5)}$

iii) Να βρείτε το $\alpha \in \mathbb{R}$ αν $\alpha \cdot \int_0^1 [g(9) - g(3)] \cdot d\alpha = \frac{4}{\ln 3}$

iv) Να λυθεί η εξίσωση $g(3) + g(4) = g(2) + g(5)$ με $\alpha \in \mathbb{R}$